UMA PROPOSTA DE IMPLEMENTAÇÃO DA MATRIZ CICLO PARA PROBLEMAS DE FLUXO EM REDES COM MÚLTIPLOS PRODUTOS

SILVA, Camila Braga e
MACHADO, Catia Maria
ADAMATTI, Diana Francisca
camila.bragaesilva@yahoo.com.br

Evento: XVII Encontro de Pós Graduação
Área do conhecimento: Ciências Exatas e da Terra

Palavras-chave: matriz ciclo; implementação; forma produto da inversa;

1. INTRODUÇÃO

Esse trabalho tem uma abordagem sobre a resolução de Problemas de Programação Linear com Múltiplos Produtos (MP) por meio do Algoritmo Simplex com Particionamento Primal. A cada iteração, do algoritmo simplex com Particionamento Primal, é necessária à atualização da inversa de uma matriz denominada ciclo ou matriz de trabalho. A matriz básica para o problema MP é constituída de restrições de rede e restrições de acoplamento. Levando em consideração que, a matriz básica para o problema pode ser expressa a partir da matriz ciclo, recorre que, um bom procedimento de inversão da mesma afeta diretamente na eficiência e desempenho computacional do algoritmo. Nesse contexto, propomos a implementação da matriz ciclo Q (com dimensão variável) como proposta por Bortolen (2003) e Castro e Nabona (2000) e da matriz ciclo Y (com dimensão fixa) apresentada por Machado (2005). Apresentamos como possibilidade de método, para a inversão da matriz ciclo, a forma Produto da Inversa, que expressa à inversa da matriz como um produto de matrizes elementares.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A inversa da matriz básica para o problema (MP) é expressa através da inversa da matriz ciclo Q, como:

$$\overline{B}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c:c} (B^1)^1+(B^1)^1R^1Q^1P^1(B^1)^1 & \cdots & (B^1)^1R^1Q^1P^k(B^k)^1 & -(B^1)^1R^1Q^1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (B^k)^{-1}R^kQ^{-1}P^1(B^1)^{-1} & \cdots & (B^k)^{-1}+(B^k)^{-1}R^kQ^{-1}P^k(B^k)^{-1} & -(B^k)^{-1}R^kQ^{-1} & 0 \\ \hline -Q^{-1}P^1(B^1)^{-1} & \cdots & -Q^{-1}P^k(B^k)^{-1} & Q^{-1} & 0 \\ \hdashline VQ^{-1}P^1(B^1)^{-1}-S^1(B^1)^{-1} & \cdots & VQ^{-1}P^k(B^k)^{-1}-S^k(B^k)^{-1} & -VQ^{-1} & I \end{array}\right] \quad (1).$$

E a inversa da matriz básica para o problema (MP) é espressa através da inversa da matriz ciclo Y, como:

$$\bar{B}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} (B^1)^{-1}+(B^1)^{-1}C^1Y^{-1}D^1(B^1)^{-1} & (B^1)^{-1}C^1Y^{-1}D^2(B^2)^{-1} & \cdots & (B^1)^{-1}C^1Y^{-1}D^k(B^k)^{-1} & -(B^1)^{-1}C^1Y^{-1} \\ (B^2)^{-1}C^2Y^{-1}D^1(B^1)^{-1} & (B^2)^{-1}+(B^2)^{-1}C^2Y^{-1}D^2(B^2)^{-1} & \ddots & (B^2)^{-1}C^2Y^{-1}D^k(B^k)^{-1} & -(B^k)^{-1}C^2Y^{-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \hline (B^k)^1C^kY^1D^1(B^1)^1 & (B^k)^1C^kY^1D^2(B^2)^1 & \cdots & (B^k)^1+(B^k)^1C^kY^1D^k(B^k)^1 & -(B^k)^{-1}C^kY^1 \\ \hline -Y^{-1}D^1(B^1)^1 & -Y^{-1}D^2(B^2)^1 & \cdots & -Y^1D^k(B^k)^1 & Y^1 \end{array}\right] \quad (2).$$

O algoritmo simplex para o problema MP necessita da resolução de dois sistemas lineares. Um sistema linear que determina as variáveis duais,

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{c}(\bar{\boldsymbol{B}})^{-1} \quad (3)$$

e, outro que atualiza as colunas da matriz básica,

$$\boldsymbol{y} = (\bar{\boldsymbol{B}})^{-1}\boldsymbol{a} \quad (4).$$

A inversa da matriz ciclo pode ser expressa como o produto de matrizes elementares, ou seja, na forma produto da inversa como, $Y^{-1} = E_m{}^{-1}E_{m-1}{}^{-1}\ldots E_1{}^{-1}$. Justificamos a utilização da forma produto da inversa devido a grande esparsidade da matriz ciclo, podendo armazená-la em forma de listas através da memorização dos elementos não nulos.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Os procedimentos metodológicos do presente trabalho se baseiam na implementação da forma produto da inversa e nos teste computacionais a partir da manipulação e inversão das matrizes Q e Y.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esperamos com esse trabalho, avaliar o custo computacional da inversão e manipulação das matrizes ciclo Q e Y por meio da forma produto da inversa.

5. REFERÊNCIAS

Bortolen, S; Nunes, R. e Santos, I. Um Algoritmo Primal de Fluxo de Custo Mínimo em Redes Multiprodutos que usa a Inversa da Matriz de Ciclos. XXXV SBPO, disponível em: HTTP://www.din.uemBR/sbpo/sbpo2003/pdf/arq0226.pdf.

Castro, J. e Nabona, N. (1995). Primal-Dual Interior Point Method for Multicommodity Network Flows With Side Constraints and Comparison With Alterative Methods, System Modelling and Optimization, 451-458.

kennington, J. L. e Helgason, R. V. (1980). Algorithm for Network Programming, Jonh Willey e Sons.

Kennington, J. L. e Helgason, R. V. A Product Form Representation of Inverse of a Cycle Matrix. Southern Methodist University Dallas, Texas. Jonh Wiley e Sons, 1977.

Machado, C. M. S. (2005). Um Modelo de Fluxo em Rede Para Solução de Problemas de Distribuição de Produtos Compostos. UFSC - Florianópolis, SC. BRASIL.